

$N, K \leq 10 :$

$O(N!)$ 爆搜。

$N, K \leq 5000 :$

考虑满足条件的序列 $a_1 \dots a_N$ 需要符合以下条件：

1. $a_N = 1$

2. 序列的前缀 $a_1 \dots a_{k-1}$ 可以被划分为至多两个下降子序列

3. 对于 $\forall i \in [k+1, N]$ 满足 $a_i > \max_{j=i+1}^N \{a_j\}$ 或 $a_i < \min_{j=i+1}^N \{a_j\}$

4. 存在一种方案，使得前缀 $a_1 \dots a_{k-1}$ 划分成的两个不下降子序列中某一个子序列的最小值要大于 $\max_{i=k+1}^N \{a_i\}$

这几个条件应该很容易看出。

首先根据条件3，我们可以很容易得到后面 $N-k$ 个数的不同方案为 2^{N-K-1} 。

利用条件2，那我们可以进行DP，同时这题要求的是不同序列数目，所以我们要唯一的表示前缀 $a_1 \dots a_{k-1}$ 划分的两个下降子序列。我们采用贪心，假设我们新加入一个数 k ，如果我们能放到第一个子序列结尾就放，否则就放到第二个子序列结尾。如果这个序列合法，则一定能用这个贪心构造出来。然后我们用 $f_{i,j,k}$ 表示当前第一个序列里有 i 个元素，第二个序列里有 j 个元素，且第一个序列的最后一个数为 j 。那么转移就很简单了： $f_{i,j,k} \rightarrow f_{i+1,j,s} (s < k)$ 或 $f_{i,j,k} \rightarrow f_{i,j+1,k} (i+j+k \leq N)$ 。前缀和优化，复杂度 $O(N^3)$ 。

虽然还有其他优化方法，但是这里就不一一列举了。

我们考虑换一种枚举方式——从大到小枚举每个数放第一个子序列还是第二个子序列。首先为了保证贪心的合法，如果当前枚举的数 x 要加入第二个子序列，则不能立刻放入答案序列。其次为了保证每个合法的序列只被统计一次，我们只当 x 放入第一个子序列时，再考虑取一定量第二个子序列内未放入答案序列的数放入答案序列。所以我们设 $f_{i,j}$ 为当前考虑完前 i 个数，第二个子序列还有 j 个数未放入答案序列。则转移式为 $f_{i,j} = \sum_{k=j-1}^{i-1} f_{i-1,k}$ 。我们把定义反转一下，记已有 j 个数放入答案序列。则转移式为 $f_{i,j} = \sum_{k=0}^j f_{i-1,k}$ 。那么考虑最后一个数一定加入第一个子序列，则 $\sum_{i=0}^{K-1} f_{N-1,i}$ 则为前 K 个数的方案。 $f[]$ 预处理。则最终答案为 $\sum_{i=0}^{K-1} f_{N-1,i} \times 2^{N-K-1}$ 。

$N, K \leq 10^6, Mod = 19269817 :$

记 $g_{i,j} = \sum_{k=0}^j f_{i,j}$ ，显然我们会发现 $f_{i,j} = g_{i-1,j}$ 。所以 $g_{i,j} = g_{i-1,j} + g_{i,j-1}$ 。想必聪明的你已经看出解法了。如果没看出来就去请教机房里最神的人吧。

那么答案就为 $((\binom{N+K-2}{K-1} - \binom{N+K-2}{K-2})) \times 2^{N-K-1}$ 。

$N, K \leq 10^9 :$

如果不会请出门右转百度Ex_Lucas。

PS:一道信心题，祝你在省选RP++。